



## KARTA OPISU PRZEDMIOTU - SYLABUS

Nazwa przedmiotu

Równania różnicowe [S1MwT1>E-RR]

### Przedmiot

Kierunek studiów

Matematyka w technice

Rok/Semestr

3/6

Studia w zakresie (specjalność)

–

Profil studiów

ogólnoakademicki

Poziom studiów

pierwszego stopnia

Język oferowanego przedmiotu

polski

Forma studiów

stacjonarne

Wymagalność

obieralny

### Liczba godzin

Wykład

30

Laboratorium

0

Inne (np. online)

0

Ćwiczenia

15

Projekty/seminaria

0

### Liczba punktów ECTS

4,00

### Koordynatorzy

### Wykładowcy

### Wymagania wstępne

Podstawowa wiedza z algebry liniowej i analizy matematycznej

### Cel przedmiotu

1. Przekazanie studentom podstawowej wiedzy z zakresu równań różnicowych oraz jej wykorzystania do modelowania matematycznego. 2. Rozwijanie u studentów umiejętności rozwiązywania prostych równań różnicowych oraz analizy zjawisk i budowania ich modeli matematycznych. 3. Kształtowanie u studentów umiejętności pracy zespołowej.

### Przedmiotowe efekty uczenia się

Wiedza:

Student:

1. zna większość podstawowych definicji i twierdzeń ogólnej teorii równań różnicowych liniowych,
2. rozumie cel i znaczenie prostych modeli dyskretnych,
3. zna powiązania zagadnień z teorii równań różnicowych z innymi działami matematyki teoretycznej i stosowanej.

Umiejętności:

Student:

1. potrafi rozwiązywać proste równania różnicowe,
2. potrafi konstruować dyskretne modele matematyczne, wykorzystywane również w innych działach matematyki,
3. potrafi przeprowadzać dowody, stosując w razie potrzeby również narzędzia z innych działów matematyki,
4. potrafi samodzielnie planować i kształcić się w celu podnoszenia i aktualizacji swoich kompetencji.

Kompetencje społeczne:

Student posiada:

1. jest gotów do dalszego kształcenia z uwagi na świadomość ograniczeń własnej wiedzy,
2. umiejętność współpracy w ramach zespołu, wywiązywania się z obowiązków powierzonych w ramach podziału pracy w zespole, rozumienie konieczności systematycznej pracy,
3. samodzielność w wyszukiwaniu informacji w literaturze, także w językach obcych,
4. umiejętność postępowania zgodnie z podstawowymi zasadami etycznymi.

## Metody weryfikacji efektów uczenia się i kryteria oceny

Efekty uczenia się przedstawione wyżej weryfikowane są w następujący sposób:

Wykład: ocena wiedzy i umiejętności wykazanych na zaliczeniu pisemnym.

Ćwiczenia: jedno kolokwium oceniające praktyczną umiejętność rozwiązywania zadań oraz bieżąca ocena pracy studenta podczas prowadzonych zajęć - premiowanie aktywności przejawiającej się w dyskusji oraz we współpracy przy rozwiązywaniu zadań praktycznych.

## Treści programowe

### WYKŁADY + ĆWICZENIA

1. Podstawowe pojęcia rachunku różnicowego
2. Pojęcia wstępne
3. Dyskretne układy dynamiczne
4. Liniowe równania różnicowe wyższych rzędów
5. Metody rozwiązywania równań różnicowych nieliniowych sprowadzalnych do równań liniowych
6. Okresowość rozwiązań równań różnicowych rzędu drugiego
7. Układy liniowych równań różnicowych pierwszego rzędu – metody rozwiązywania
8. Zastosowania równań różnicowych w biologii
9. Zastosowania równań różnicowych w finansach i ekonomii

## Tematyka zajęć

### WYKŁADY + ĆWICZENIA

1. Podstawowe pojęcia rachunku różnicowego: definicja operatora różnicowania, różnica sumy, iloczynu i ilorazu dwóch ciągów, różnice ciągów elementarnych, różnice wyższych rzędów; definicja i własności iloczynu ubywającego; definicja sumy nieoznaczonej; sumy nieoznaczone sumy, iloczynu i ilorazu dwóch ciągów, podstawowe wzory na sumy nieoznaczone ciągów; sumy oznaczone, twierdzenie o sumowaniu przez części;
2. Pojęcia wstępne: definicje równania różnicowego i jego rozwiązania; przykłady prostych zależności rekurencyjnych (model Fibonacciego, wieża z Hanoi, permutacje, proste na płaszczyźnie, kapitalizacja odsetek); liniowe równanie różnicowe pierwszego rzędu: definicja, twierdzenie o istnieniu, jednoznaczności i postaci rozwiązania;
3. Dyskretne układy dynamiczne: pojęcie układu dyskretnego, punkty stacjonarnego i prawie stacjonarnego układu; definicje stabilności i asymptotycznej stabilności punktów równowagi; kryteria stabilności układów jednowymiarowych (analityczne i graficzne - metoda pajęczyny);
4. Liniowe równania różnicowe wyższych rzędów: twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania; macierz Casoratiego, casoratian, fundamentalny układ rozwiązań, warunek konieczny i dostateczny liniowej niezależności rozwiązań; rozwiązanie ogólne równania liniowego jednorodnego; równanie liniowe jednorodne o stałych współczynnikach, równanie charakterystyczne; wyznaczenie rozwiązania szczególnego równania niejednorodnego metodą przewidywań; własności asymptotyczne rozwiązań liniowych równań różnicowych: twierdzenie Poincarego, twierdzenie Perrona;
5. Metody rozwiązywania równań różnicowych nieliniowych sprowadzalnych do równań liniowych: równanie różnicowe typu Riccatiego; równanie typu homograficznego; równanie różnicowe jednorodne;
6. Okresowość rozwiązań równań różnicowych rzędu drugiego: definicja rozwiązania okresowego, definicja

p-cyklu; omówienie okresowości wybranych typów równań różnicowych wymiernych;  
 7. Układy liniowych równań różnicowych pierwszego rzędu – metody rozwiązywania: wyznaczania n-tej potęgi macierzy współczynników układu (wartość własna i wektor własny macierzy, twierdzenie Cayleya – Hamiltona, diagonalizacja macierzy); metoda Putzera; metoda eliminacji;  
 8. Zastosowania równań różnicowych w biologii: przyrost populacji w ujęciu dyskretnym; model Verhulsta; dyskretny model typu drapieżnik-ofiara; modele urodzin i śmierci; model Nicholsona (pasożyty i ich nosiciele);  
 9. Zastosowania równań różnicowych w finansach i ekonomii: modele kapitalizacji odsetek i spłaty kredytu; model dochodu narodowego Samuelsona; modele popytu i podaży, modele równowagi rynkowej (bez magazynowania i z magazynowaniem); dyskretny model Leontiefa.

## Metody dydaktyczne

Wykład:

1. Wykład z prezentacją multimedialną uzupełniany przykładami podawanymi na tablicy; prowadzony w sposób interaktywny z formułowaniem pytań do grupy studentów.
2. Teoria przedstawiana w powiązaniu z aktualną wiedzą studentów.
3. Uwzględnia się aktywność studentów w czasie zajęć przy wystawianiu oceny końcowej (przygotowanie referatów na tematy podane na początku semestru; tematy przygotowywane w zespołach 2-3 osobowych i referowane przez wszystkich członków zespołu).

Ćwiczenia:

1. Rozwiązywanie przykładowych zadań na tablicy.
2. Ocenianie ciągle - premiowanie aktywności przejawiającej się w dyskusji oraz we współpracy przy rozwiązywaniu zadań praktycznych.
3. Szczegółowe recenzowanie rozwiązań zadań i dyskusje nad komentarzami.
4. Inicjowanie dyskusji nad rozwiązaniami.

## Literatura

Podstawowa

1. D. Bobrowski, Systemy dynamiczne z czasem dyskretnym, zagadnienia deterministyczne, Wydawnictwo PP, 1994.
2. S. Elaydi, An Introduction to Difference Equations, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer, New York, USA, 2005.
3. U. Foryś, Matematyka w biologii, Wydawnictwo WNT, 2005.

Uzupełniająca

1. R. Agarwal, Discrete oscillation theory, Hindawi Publishing, 2005.
2. R. Agarwal, D. O'Regan, Infinite interval problems for differential, difference and integral equations, Kluwer Academic Publ., 2001.

## Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta

	Godzin	ECTS
Łączny nakład pracy	100	4,00
Zajęcia wymagające bezpośredniego kontaktu z nauczycielem	45	2,00
Praca własna studenta (studia literaturowe, przygotowanie do zajęć laboratoryjnych/ćwiczeń, przygotowanie do kolokwium/egzaminu, wykonanie projektu)	55	2,00